

# A Heuristic Approach for 3D-Optimization of 3-Stage Gear Train Using PSO

Mehrdad Hoseiniasl<sup>1,2</sup>, Javad Jafari Fesharaki<sup>1</sup>

1-Department of Mechanical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran  
1,2- Department of IKAC RFF & Apron Management, Imam Khomeini Airport City, Tehran, Iran

## Abstract

Optimization the volume/weight of the gear train is more important for industries and researchers. In this paper using particle swarm optimization algorithm a general gear train is optimized. The main idea is to optimum the volume/weight of the gearbox in 3 directions. So, the optimization process based on PSO algorithm occurs along height, length and width of the gearbox to achieve the smallest possible gearbox. The constraints divided into three types of constraints: geometrical, design and control constraints. The optimization process presented for two and three stage gear trains and by choosing different values for the gear ratio, input power and hardness of gears the practical graphs for value of the optimum weight/volume and all the necessary design parameters of gearbox such as number of stages, position and modulus of gears, face width of gears and diameter of shafts are presented. The results are validated by comparing to the results reported in the previous publication.

**Keywords:** Optimization layout gears-Weight/volume optimization- Particle swarm optimization (PSO)- Gear train.

## 1. Introduction

Domain of engineering problems is large scale and has a different variable consist of linear and nonlinear constrain and equations so many researchers studied on heuristic methods to solve them. heuristic methods don't need derivatives of the functions and are powerful method compare with traditional method. Heuristic methods find best global solution. Hence, Gear train optimization has more attractive for many researchers in recent years. The volume of gear trains depends on the configuration of affected parameters such as, location of gears, number of gears, number of teeth and so on. To achieve the best parameter for gearbox, many researchers used different method for optimization. Patwal et al. [1] proposed TVAC-PSO-MS and used particle swarm optimization for production programing of pumped storage

hydrothermal. Panda et al. [2] researched on weight optimization for single-stage gearbox consist of spur gear. They used different evolution algorithm to achieve optimum weight of spur gear set in a single-

stage gearbox. They compared the results with other modern algorithm. Chenge and Jin. [3] worked on a new way to incorporate particle swarm optimization and social learning mechanisms for scalable optimization. Zolfaghari et al. [4] worked on volume optimization of straight bevel gears by employing evolutionary algorithm. To achieve this purpose, they used two optimization techniques include Genetic Algorithm and simulated annealing algorithm (SA). Miler et al. [5] utilized Genetic algorithm to optimize weight of a gear pair and studied on design of spur gear with considered profile shift. Garg. [6,7] worked on optimization of the constrained problems with hybrid PSO-GA and used heuristic methods (artificial bee colony algorithm) to approach better solutions for structural engineering design problem and proposed novel hybrid GA-GSA algorithm to improve the performance of the mechanism. Fesharaki and Golabi.[8] used particle swarm optimization algorithm to find best place for piezoelectric actuator to reduce stress concentration around hole in plate. Marjanovic et al. [9] studied on optimization of spur gear trains. They studied on position of shaft axes in gear train for reducing the volume of gearbox. Their strategy for selecting the optimal parameters has three stages: optimal materials, gear ratios and position of shaft axes. They presented gear trains with 22% reduction in volume. Salomon et. al. [10] worked on Optimization of gearbox design using active, robust considered requirements with uncertain load. Golabi et al. [11] worked on design optimization of multistage gear train based on minimum volume/weight. They used F-mincon method to optimize the different parameter of gear train such as gear ratio, input power and strength of material. They presented the design parameters with some graphs such as number of stages, modules, shafts diameter and face width of gears. But in their research, the location of gears is considered to change in two directions (height and length).

1. M.Sc. Graduate from Islamic Azad University, Najafabad Branch, Najafabad, Iran

2. Assistant Professor, Tel.: 03142292278, Email: Jafari@pmc.iaun.ac.ir (corresponding author)

# بهینه‌سازی سه‌بعدی یک گیربکس ترین سه‌مرحله‌ای بوسیله الگوریتم پرندگان

مهرداد حسینی اصل

دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف‌آباد، ایران

جواد جعفری فشارکی\*

استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد نجف آباد، دانشگاه آزاد اسلامی، نجف آباد، ایران

## چکیده

در این تحقیق، از تکنیک بهینه‌سازی مدرن که براساس روش الگوریتم پرندگان می‌باشد، بهینه‌سازی سه‌بعدی گیربکس ترین براساس مینیمم حجم پژوهش انجام شده است. بدین جهت، جانمایی چرخدنده‌ها با در نظر گرفتن قیود بهینه گردیده‌اند. برای اجتناب از اکسترم‌های محلی، سه نوع قید اساسی شامل قیود هندسی، طراحی چرخدنده و کنترلی تعریف شده است. تابع هدف بر اساس مدل ریاضی بین قیود و پارامترهای طراحی چرخدنده نوشته شده است. پروسه اجرای بهینه‌سازی برای گیربکس سه‌مرحله‌ای بوسیله انتخاب داده‌های ورودی مختلف از قبیل نسبت تبدیل و توان گیربکس می‌باشد که در طی آن پارامترهای جانمایی چرخدنده، قطر شفت، مدول، پهنای چرخدنده و وزن گیربکس بهینه شده‌اند. در این خصوص نمودارهای کاربردی از پارامترهای بهینه استخراج گردیده‌اند. نتایج حاصل از پژوهش باعث کاهش حجم گیربکس تا 15٪ گردید. در نهایت توسط مثال کاربردی، نحوه استفاده از نتایج پژوهش نشان داده شده است و نتایج بوسیله مقایسه با پژوهش‌های گذشته اعتبارسنجی شده است.

کلمات کلیدی: جانمایی بهینه چرخدنده‌ها، بهینه‌سازی حجم/وزن، الگوریتم پرندگان، گیرترین

## 3-Stage Gear Train Layout Optimization Using Particle Swarm Optimization Algorithm

Mehrdad Hoseiniasl

<sup>1</sup> M.Sc. Student, Department of Mechanical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran

Javad Jafari Fesharaki

<sup>2</sup> Ph.D., Department of Mechanical Engineering, Najafabad Branch, Islamic Azad University, Najafabad, Iran

## Abstract

In this study, a new evolutionary advance optimization techniques based on Particle Swarm Optimization (PSO) suggested and employed to obtain three dimensional layout optimization for a multistage gear train. For avoiding local extremes, three pivotal types of constrains which include Geometrical, control and design parameter are defined. Mathematical model consist of constrains and design parameters has been written in fitness function that applicable for any gearbox ratio and power by different number of stages. In 3D optimization process, the locating of gear, shaft diameters, modulus, face width, and mass of gearbox are presented. Optimization process implemented for three stages gear train by selecting different input data include gear ratio and power. The practical graphs for extracted optimal parameters is presented as useful graph. The results show that using presented procedure, reduced the volume of the gearbox up to 15%. At the end, an example is presented to display how practical graphs are used. The results are compared with those reported in previous work.

**Keywords:** Gear train, Optimization layout gears, PSO algorithm, Volume optimization

مرحله‌ای شامل چرخدنده‌های ساده بوسیله ترکیب چند الگوریتم تکاملی انجام دادند. ذوالفقاری و همکارانش [4]، با استفاده از دو الگوریتم ژنتیک و تبرید شبیه‌سازی به بهینه‌سازی وزن گیربکس شامل چرخدنده‌های مخروطی بردازند. میلر و همکارانش [5]، نسبت به بهینه‌سازی وزن گیربکس بوسیله الگوریتم ژنتیک و تحقیقات پیرامون طراحی چرخدنده ساده با تمرکز روی پروفیل آن‌ها اقدام نمودند. در مقاله‌ای دیگر، هریش گارگ [6]، جهت حل مسائل مقید از ترکیب دو الگوریتم ازدحام ذرات و الگوریتم ژنتیک استفاده نموده است. ساوانی و همکارانش [7]، در زمینه بهینه‌سازی وزن گیربکس با استفاده از روش بهینه‌سازی الگوریتم پرندگان (اجتماع ذرات) و الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده تحقیقات خود را انجام داده‌اند. آن‌ها نیز از چرخدنده‌های ساده در گیربکس مورد تحقیق خود استفاده نمودند. پسران و

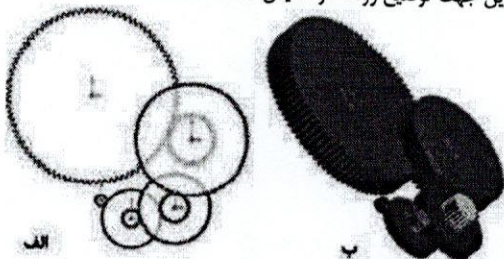
## 1- مقدمه

گیربکس‌ها جز بسیار رایجی از اجزا ماشین می‌باشند و مساله طراحی مینیمم وزن و یا حجم آن‌ها موضوع بسیاری از تحقیقات بوده است. حجم گیربکس به پارامترهای مختلفی از قبیل تعداد، مدول، جانمایی و پهنای چرخدنده‌ها، قطر شفت، و... بستگی دارد. محققان از روش‌های مختلفی جهت رسیدن به بهینه حجم گیربکس استفاده نموده‌اند. چانگ و لی [1]، از الگوریتم ژنتیک جهت رسیدن به طراحی مقدماتی بهینه گیربکس استفاده کردند. گلوگلو و زبولی [2]، بوسیله الگوریتم ژنتیک روی بهینه‌سازی گیربکس دارای چرخدنده هلیکال با محورهای موازی جهت رسیدن به مینیمم حجم پرداختند. پندا و همکارانش [3]، تحقیقاتشان را پیرامون بهینه‌سازی وزن گیربکس تک-

دیگران، به کاهش حجم گیربکس بالاتری را دست یافته‌اند لذا نتایج حاصل از این پژوهش با نتایج بهینه‌سازی گلابی و همکارانش [14]، مقایسه می‌گردد. برای این منظور داده‌های ورودی مطابق با داده‌های ورودی گلابی و همکارانش [14]، وارد شده است و نتایج آن با نتایج بهینه‌سازی آن‌ها مقایسه شده است.

## 2- تعریف مساله

گیرترین<sup>1</sup> متشکل از چرخدنده‌هایی است که محور شفت آن‌ها به صورت افقی قرار می‌گیرد. این مسئله باعث اشغال فضای زیادی می‌شود که می‌توان با استفاده از بهینه‌سازی این فضا را کاهش داد. راه‌حل بهینه یک مکان جدید از جابجایی چرخدنده‌ها را تعریف می‌کند که نتایج حاصل منجر به کاهش کلی حجم گیرترین می‌شود. در این پژوهش حجم کلی گیربکس کمینه شده است. برای رسیدن به این هدف فرم کلی تابع هدف و قیدهای آن برای حجم و وزن گیربکس نوشته شده است. این معادلات برای هر تعداد مراحل گیربکس می‌تواند استفاده شود اما در این مقاله سه مرحله گیربکس فرض شده است و از نرم افزار متلب برای نوشتن تابع هدف و قیود آن استفاده شده است. روش حل انتخاب شده در این مقاله، الگوریتم پرندگان (اجتماع ذرات) می‌باشد. در برنامه‌نویسی این پژوهش مقدار بهینه متغیرها تحت عنوان مقدار غذای یافت شده توسط پرندگان بررسی می‌شود و قیود مسئله به عنوان جرایم پرندگان به دلیل جلوگیری از انحراف پرنده از فضای کاری مورد نظر لحاظ شده است. در شکل 1 نمای دو بعدی و سه بعدی گیرترین جهت توضیح روند کار نمایش داده شده است [15].



شکل 1- گیربکس: الف) نمایش دوبعدی، ب) نمایش سه بعدی [15]

برای بهینه کردن حجم و وزن گیربکس ابتدا باید تابع هدف و قیود آن مشخص شده باشند. به خاطر نزدیک بودن چگالی تمام اجزای گیربکس به چگالی استیل بنابراین تابع حجم گیربکس را می‌توان با تابع وزن گیربکس برابر دانست.

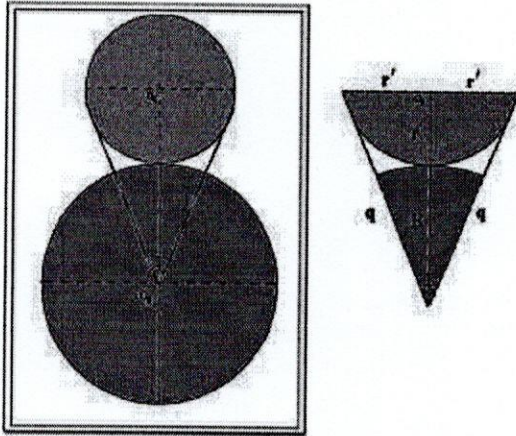
### 2-1- مدل ریاضی - مینیمم حجم

تابع هدف با جرم حجم گیربکس محاسبه شده است و می‌تواند به صورت جمع حجم چرخ دنده‌ها، شفت‌ها و پوسته گیربکس نوشت.

$$\text{Volume of materials} = m_{\text{shaft}} + m_{\text{gear}} + m_{\text{shell}} \quad (1)$$

پایلامبروس [8]، حجم گیرترین شامل ضخامت‌های مختلف چرخدنده، فاصله بین مراکز، قطر دایره گام، تعداد دندانه‌ها نسبت تبدیل و... جهت چهارمرحله خاص گیربکس را بهینه کردند. دب و جین [9]، از اصول مشابه جهت بهینه‌سازی گیربکس چند سرعت با استفاده از بهینه‌سازی مرتبط با توان در توابع چند هدفه بوسیله الگوریتم‌های تکاملی استفاده کردند. در خصوص مطالعات روی گیربکس و چرخدنده‌ها، وانگ [10]، روی بهینه‌کردن طراحی پروفیل چرخدنده ساده و تنظیمات پروفیل دندانه کار کرده است. نتایج به دست آمده از تحقیقات وانگ نشان می‌دهد با اصلاح طراحی پروفیل چرخدنده تا حد زیادی می‌توان میزان سروصدای ناشی از درگیری چرخدنده‌ها را به حداقل رساند. یوکوتا و همکارانش [11]، مسئله بهینه‌کردن طراحی وزن چرخدنده را با استفاده از ژنتیک الگوریتم محاسبه کرده‌اند. آن‌ها استحکام خمشی چرخدنده و اندازه قطر شفت را به عنوان قیدهای مسئله بهینه‌سازی در نظر گرفته‌اند. در مقاله‌ای دیگر مندی و همکارانش [12]، مدول چرخدنده به همراه قطر شفت و رول بیرینگ برای چرخدنده‌های ساده به وسیله الگوریتم ژنتیک را بهینه‌سازی کردند و نتیجه آن را با نتایج به دست آمده از نتایج جبری و تحلیلی مقایسه کرده‌اند و نشان داده‌اند که استفاده از الگوریتم ژنتیک برای بهینه‌سازی قابل اطمینان می‌باشد. مرجانویچ و همکارانش [13]، تحقیقاتشان را پیرامون بهینه‌سازی گیربکس ترین حاوی چرخدنده ساده انجام داده‌اند. در این خصوص برقراری رابطه بین مدل ریاضی و پارامترهای طراحی اقدام نمودند و در نهایت بهینه‌سازی دو بعدی مکان محور شفت‌ها برای رسیدن به کمینه حجم گیربکس با استفاده از چرخدنده‌های ساده را انجام دادند. گلابی و همکارانش [14]، در زمینه بهینه‌سازی گیربکس گیرترین براساس کمینه حجم و وزن تحقیقات ویژه‌ای انجام داده‌اند. آن‌ها فرم کلی تابع هدف و قیود طراحی برای حجم و وزن گیربکس را در دو بعد نوشته‌اند. در نهایت گلابی و همکاران برای اثبات، نتایج به دست آمده از روش خود را با نتایج به دست آمده بوسیله چانگ [1]، و همچنین این نتایج را با نتایج مرجانویچ [13]، مقایسه کرده‌اند که نشان دهنده بهینه‌شدن حجم به میزان 7/79 درصد نسبت به حجم گیربکس بدست آمده از تحقیقات چانگ [1]، و 7/24 درصد نسبت به حجم گیربکس بدست آمده از تحقیقات مرجانویچ [13]، بوده است.

در این تحقیق حجم کلی گیربکس به صورت سه بعدی کمینه شده است. برای رسیدن به این هدف فرم کلی تابع هدف و قیدهای آن برای حجم و وزن گیربکس نوشته شده است. این معادلات برای هر تعداد مراحل گیربکس می‌تواند استفاده شود اما در این پژوهش، گیربکس ترین تک مرحله‌ای فرض شده است و از نرم افزار متلب جهت بهینه‌سازی و تعریف تابع هدف و قیود آن استفاده شده است. روش حل انتخابی، الگوریتم پرندگان (اجتماع ذرات) می‌باشد. در برنامه‌نویسی مقدار بهینه متغیرها تحت عنوان مقدار غذای یافت شده توسط پرندگان بررسی می‌شود و قیود مسئله به عنوان جرایم پرندگان به دلیل جلوگیری از انحراف پرنده از فضای کاری مورد نظر لحاظ شده است. جهت اعتبار سنجی، نتایج با نتایج مقالات گذشته که در زمینه بهینه‌سازی گیربکس پژوهش شده است بررسی می‌گردد. با توجه به توضیحاتی که در سوابق پژوهش‌های گذشتگان ذکر گردید، بهینه‌سازی گلابی و همکارانش [14]، نسبت به پژوهش‌های بهینه‌سازی‌های



شکل 3- درگیری چرخنده محرک و متحرک و زاویه درگیری دو چرخنده

شعاع چرخنده متحرک، شعاع چرخنده محرک، OP مرکز چرخنده محرک و q وتر مثلث حاصل از جفت چرخنده می باشد.

$$\sin \frac{\hat{i}}{2} = \frac{r}{q} \rightarrow \sin \frac{\hat{i}}{2} = \frac{r}{\sqrt{(r+R)^2 + r^2}} \quad (5)$$

$$\frac{\hat{i}}{2} = \sin^{-1} \left( \frac{r}{\sqrt{(r+R)^2 + r^2}} \right)$$

i زاویه مرکزی می باشد. به این ترتیب بازه زاویه قرارگیری چرخنده ها در معادله ذیل نمایش داده شده است.

$$0 + \frac{\hat{i}}{2} + a' < \theta < 180 - \frac{\hat{i}}{2} + 180 - \frac{\hat{i}}{2} + a'$$

$$\rightarrow 0 + \frac{\hat{i}}{2} + a' < \theta < 360 - \hat{i} + a'$$

(6)

a' فاصله ثابت به عنوان فضای لقی فرض شده است.

### 2-1-2- محاسبه ابعاد گیربکس

طول و ارتفاع گیربکس وابسته به مکان قرارگیری چرخنده ها و زاویه قرارگیری آن ها می باشد. در تمام حالات ممکن باید نزدیکترین چرخنده به پوسته گیربکس در راستای طول و ارتفاع را به دست آورد. سپس دورترین چرخنده نسبت به مبنای انتخابی محاسبه می شود. جهت محاسبه عرض گیربکس، حالت های ممکن قرارگیری چرخنده ها در مراحل مختلف در راستای عرض گیربکس بررسی شده است. عرض گیربکس از حاصل جمع فواصل ثابت و فاصله دورترین چرخنده نسبت به پوسته گیربکس بدست می آید. فاصله بین پوسته گیربکس تا مرکز هر چرخنده، بعنوان فاصله هر چرخنده در نظر گرفته شده است.

$$\text{diff}_h = \max_{th} - \min_{th} \quad (7)$$

$$m_{\text{shaft}} = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} \times (w + L_{\text{in}}) + \frac{\pi \cdot d_n^2}{4} \times (w + L_{\text{out}}) \quad (2)$$

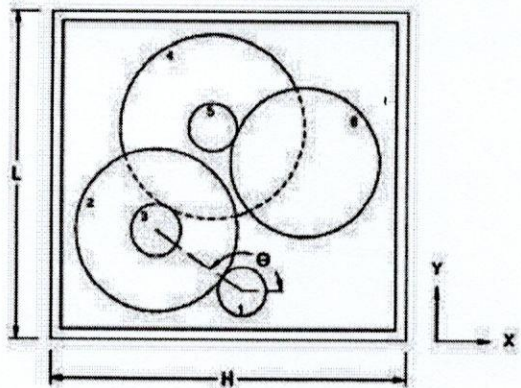
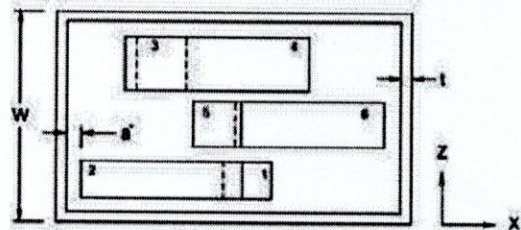
$$+ \sum_{i=2}^{n-1} \left( \frac{\pi \cdot d_i^2}{4} \times w \right)$$

$$m_{\text{gear}} = \sum_{i=1}^{2s} \frac{\pi \cdot D_i^2}{4} \times b_i - \sum_{i=2}^{n-1} \frac{\pi \cdot d_i^2}{4} \times (b_{2i-2} + b_{2i-1}) \quad (3)$$

$$- \frac{\pi \cdot D_i^2}{4} \times b_1 - \frac{\pi \cdot d_n^2}{4} \times b_{2s}$$

$$m_{\text{shell}} = (w \cdot l \cdot h) - [(w - 2t) \cdot (l - 2t) \cdot (h - 2t)] \quad (4)$$

s تعداد شفت های گیربکس، d قطر داخلی و D قطر خارجی شفت، b عرض (پهنای) دندانه چرخنده را نشان می دهد. بقیه پارامترها در شکل 2 نشان داده شده است.



شکل 2- مکان قرارگیری چرخنده های گیربکس ترین

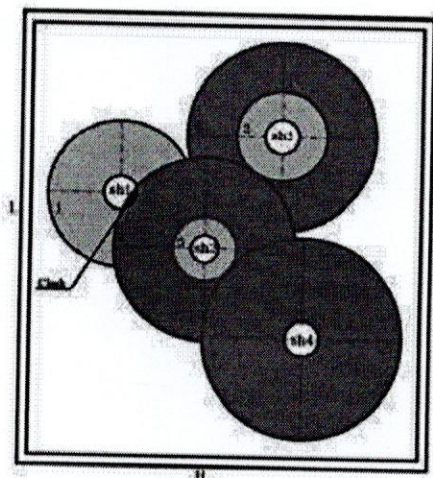
### 2-1-1- محاسبه زاویه درگیری چرخنده

جهت قرارگیری جفت چرخنده ها در حالت سه بعدی و به دست آمدن قيود و محدودیت های آنان ابتدا باید زاویه قرارگیری چرخنده ها نسبت به یکدیگر را به دست آورده و سپس با توجه به این زاویه پارامترهای مرتبط استخراج شود. شکل 3 درگیری چرخنده محرک و متحرک را به جهت تعریف پارامترهای لازم جهت به دست آوردن زاویه درگیری دو چرخنده را معرفی نموده است.

### 1-2-2- قیود هندسی

قیود هندسی جهت جلوگیری از سه نوع تداخل اصلی و مهم تعریف شده‌اند. در تداخل نوع اول، قید هندسی می‌بایست ناحیه‌ای که احتمال درگیری بین چرخدنده و شفت بعدی در هر مرحله از گیربکس است را کنترل نماید. شکل 5 نمایی از تداخل شفت و چرخدنده را نشان می‌دهد.

$$r_{2i} \cos \theta < r_{2i+1} + r_{2i+2} \cos \theta + a' \quad (12)$$



شکل 5- نمایی از احتمال تداخل شفت و چرخدنده

نوع دوم قید هندسی جهت رسیدن به بهترین انتخاب قرارگیری چرخدنده‌ها در دو نوع جانمایی ارائه شده است. آرایش ابتدایی برای قرارگیری چرخدنده در صفحات یکسان می‌باشد که در شکل 6 عدم ارضا قید (12) را نمایش می‌دهد. جانمایی ثانویه جهت قرارگیری چرخدنده در صفحات غیر یکسان می‌باشد. شکل 7 عدم ارضا قید (13) که منجر به برخورد چرخدنده‌های غیر درگیر در صفحات غیر یکسان می‌باشد را نمایش می‌دهد.

$$r_{2i} \cos \theta + r_{2i+2} < r_{2i+1} + r_{2i+2} \cos \theta + a' \quad (13)$$

$$h = \text{diff}_h + 2a' + 2t \quad (8)$$

$\max_{r_h}$ : دورترین چرخدنده در راستای ارتفاع از پوسته گیربکس  
 $\min_{r_h}$ : نزدیکترین چرخدنده در راستای ارتفاع به پوسته گیربکس  
 $t$ : ضخامت پوسته گیربکس

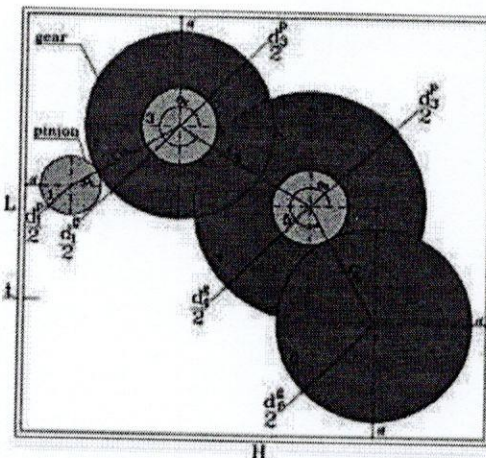
$$\text{diff}_1 = \max_{r_h} - \min_{r_h} \quad (9)$$

$$l = \text{diff}_1 + 2a' + 2t \quad (10)$$

$\max_{r_l}$ : دورترین چرخدنده در راستای طول از پوسته گیربکس  
 $\min_{r_l}$ : نزدیکترین چرخدنده در راستای طول به پوسته گیربکس

$$w = \max(x) + b(x_{\max}) + 2a' + t \quad (11)$$

$x$ : مکان افقی چرخدنده - فاصله افقی بین مرکز چرخدنده از پوسته  
 $\max(x)$ : فاصله دورترین چرخدنده نسبت به پوسته گیربکس  
 $x_{\max}$ : شماره دورترین چرخدنده نسبت به پوسته گیربکس  
 در شکل 4 نمایی از جانمایی و زاویه قرارگیری چرخدنده‌ها نشان داده شده است.

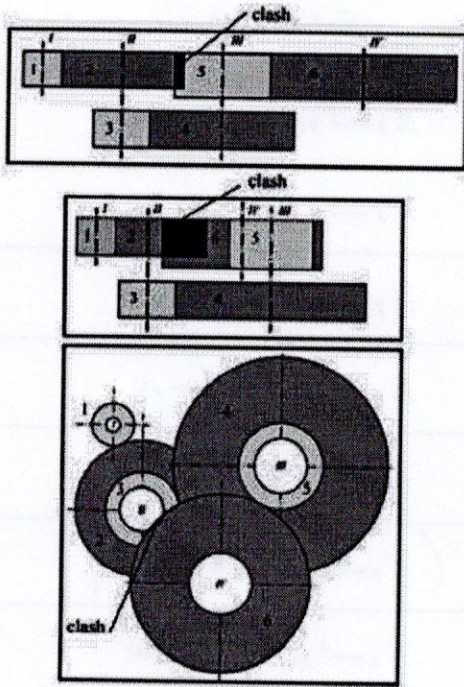


شکل 4- نمایی از فواصل ثابت ( $a'$ ) و جانمایی چرخدنده‌ها

$\theta$ : زاویه قرارگیری چرخدنده متحرک نسبت به محرک،  $d$  قطر چرخدنده،  $C$  خط مرکزین چرخدنده‌های درگیر،  $L$  طول گیربکس،  $H$  ارتفاع گیربکس،  $O_g$  مرکز چرخدنده محرک است.

### 2-2- مدل ریاضی - قیود

نتایج حاصل از انجام بهینه‌سازی جواب‌های محتمل بسیاری را گزارش می‌دهد، بنابراین قیود مختلفی جهت کنترل و بررسی جواب‌های امکان‌پذیر برای رسیدن به بهینه حجم‌وزن گیربکس می‌بایست تعریف گردد. در این خصوص تمام قیود می‌بایست به توابع و مدل‌های ریاضی تبدیل گردند لذا قیود ذکر شده شامل سه نوع طراحی و کنترلی و هندسی می‌باشند. طراحی قیود برای اجزای گیربکس براساس استحکام خمشی چرخدنده، تنش تماسی چرخدنده و استحکام شفت بر اساس نظریه ماکزیمم تنش برشی انجام شده است.



شکل 8- جمع بندی سه نوع قید هندسی جهت جلوگیری از تداخل های احتمالی

### 1-2-3- قیود طراحی

پس از تعریف قیود هندسی، قید طراحی نیز جهت کنترل پارامترهای طراحی گیربکس می بایست تعریف گردد. طراحی قیود برای اجزای گیربکس براساس استحکام خمشی چرخنده، تنش تماسی چرخنده و استحکام شفت بر اساس نظریه ماکزیمم تنش برشی انجام شده است. طراحی قیود برای اجزای گیربکس براساس استحکام خمشی چرخنده، تنش تماسی چرخنده و استحکام شفت بر اساس نظریه ماکزیمم تنش برشی انجام شده است.

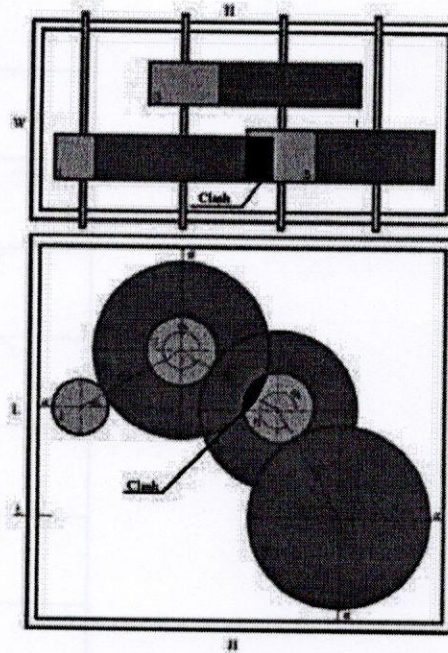
$$\sigma_{\text{Bending}} \leq \sigma_{\text{Bending-Allowable}} \rightarrow$$

$$F_t \cdot K_o \cdot K_v \cdot K_s \cdot \frac{K_H \cdot K_B}{b \cdot m_t \cdot Y_J} < \frac{\sigma_{FP}}{S_F} \cdot \frac{Y_N}{Y_\theta \cdot Y_Z} \quad (14)$$

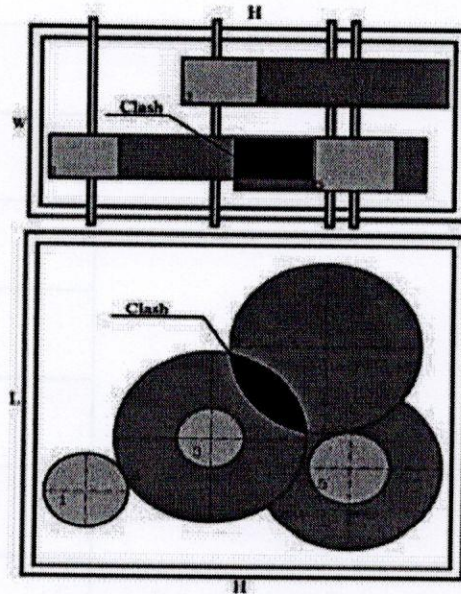
$$\sigma_{\text{contact}} \leq \sigma_{\text{contact-Allowable}} \rightarrow$$

$$Z_E \cdot \left( F_t \cdot K_o \cdot K_v \cdot K_s \cdot \frac{K_H}{d_{wl} \cdot b} \cdot \frac{Z_R}{Z_I} \right)^2 < \frac{\sigma_{HP} \cdot Z_N \cdot Z_W}{S_H \cdot Y_\theta \cdot Y_Z} \quad (15)$$

$F_t$  نیروی مماسی انتقالی،  $K_o$  ضریب شوک (اضافه بار)،  $K_v$  ضریب دینامیکی،  $K_s$  ضریب سایز دندانه چرخنده،  $K_H$  ضریب توزیع بار،  $K_B$  ضریب ضخامت،  $b$  پهنای چرخنده،  $m_t$  مدول مماسی،  $Y_J$  ضریب هندسی خمشی آگما،  $\sigma_{FP}$  تنش خمشی مجاز،  $Y_N$  ضریب عمر (سیکل)



شکل 6- احتمال برخورد چرخنده های غیر درگیر در صفحات یکسان (بهینه سازی 2D)



شکل 7- احتمال برخورد چرخنده های غیر درگیر در صفحات غیر یکسان (بهینه سازی 3D)

در نهایت شکل 8 جمع بندی سه نوع قید هندسی جهت جلوگیری از تداخل های مطرح شده را نشان می دهد.

### 3- روش حل

#### 3-1- الگوریتم ازدحام ذرات (PSO)

جهت بهینه‌سازی تابع هدف و قیود که برای حجم/وزن گیرترین مشخص شده‌اند، از روش الگوریتم ازدحام ذرات استفاده شده است. الگوریتم ازدحام ذرات بوسیله ابرهات و کندی [15]، معرفی گردید. روش بهینه‌سازی الگوریتم ذرات جهت یافتن بهترین جواب برای مسائل از رفتار اجتماعی پرندگان یا گروهی از ماهی‌ها جهت یافتن غذا الگوبرداری نموده است. در الگوریتم ازدحام ذرات هر پرنده (ذره) بطور زنده در فضای مسئله حرکت می‌کند. در مرحله اول، همه ذرات در مکان زنده قرار دارند و دارای سرعت صفر می‌باشند. سپس، براساس بهترین مکان پرنده (ذره) که بیشترین غذا را یافته است، سرعت تمام ذرات بروزآوری می‌گردد و به سمت بهترین مکان یافته شده حرکت می‌کنند. بروزآوری سرعت و مکان برای هر پرنده در هر تکرار اتفاق می‌افتد تا زمانی که تمام پرندگان به بهترین نقطه (بهینه نقاط) برسند و همگرا شوند. در حین فرآیند جستجو در فضای مسئله بهترین مکان هر پرنده و بهترین مکان برای کل پرندگان ( $G_{Best}$ ) ذخیره می‌گردد و برای تکرار بعدی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این تحقیق، تابع هدف و قیود بوسیله کدنوسی و منطق الگوریتم ذرات جهت رسیدن به بهترین مقدار پارامترهای گیربکس‌ترین که بدان‌ها اشاره شده، انجام گردیده است. فلوجارت مراحل اجرا و منطق روند حل در شکل 9 نمایش داده شده است.

تنش خمشی،  $S_F$  ضریب ایمنی خمشی،  $Y_0$  ضریب دما،  $Y_Z$  ضریب اعتماد،  $Z_E$  ضریب الاستیک،  $Z_R$  ضریب شرایط سطح،  $Z_1$  ضریب هندسی تنش تماسی،  $S_H$  ضریب ایمنی،  $Z_W$  ضریب نسبت سختی،  $Z_N$  ضریب عمر (سیکل) تنش تماسی،  $\sigma_{HP}$  تنش تماسی مجاز،  $d_{w1}$  قطر گام چرخنده پینیون، فرض شده است. محاسبه قطر شفت با توجه به قید زیر انجام گردیده است:

$$d \geq \left\{ \frac{32 S_{FS}}{\pi} \left[ \left( \frac{T_m}{S_y} \right)^2 + \left( \frac{M_a}{S_e} \right)^2 \right] \right\}^{\frac{1}{3}} \quad (16)$$

$S_{FS}$  ضریب ایمنی طراحی شفت،  $T_m$  گشتاور پیچشی،  $M_a$  ممان خمشی،  $S_y$  تنش تسلیم طراحی شفت،  $S_e$  حد پایداری طراحی شفت فرض شده است.

#### 1-2-4- قیود کنترلی

قیود کنترلی جهت کنترل مقدار پارامترهای طراحی مطرح شده‌اند. حداقل تعداد دندانه در هر پینیون:

$$N_p \geq \frac{2 \cos(\beta_{2i-1})}{\left( 1 + 2 \frac{N_g}{N_p} \right) \sin^2(\phi_t)} \times \left( \frac{N_g}{N_p} + \sqrt{\left( \frac{N_g}{N_p} \right)^2 + \left( 1 + 2 \frac{N_g}{N_p} \right) \sin^2(\phi_t)} \right) \quad (17)$$

$N_p$  تعداد دندانه چرخنده محرک (پینیون)،  $N_g$  تعداد دندانه چرخنده متحرک،  $\phi_t$  زاویه فشار مماسی،  $\beta$  زاویه ماریج چرخنده هلیکال، فرض شده است. قید پهنای چرخنده‌ها:

$$3.\pi.m_t \leq F \leq 5.\pi.m_t \quad (18)$$

$F$  پهنای چرخنده و  $m_t$  مدول مماسی فرض شده است. برای کاهش نسبت گیربکس (شرط کاهنده بودن گیربکس):

$$N_p \leq N_g \quad (19)$$

قید مدول در هر جفت چرخنده درگیر:

$$m_p = m_g \quad (20)$$

$m_p$  مدول پینیون و  $m_g$  مدول چرخنده متحرک فرض شده است.

قید تعداد ثابت مدول:

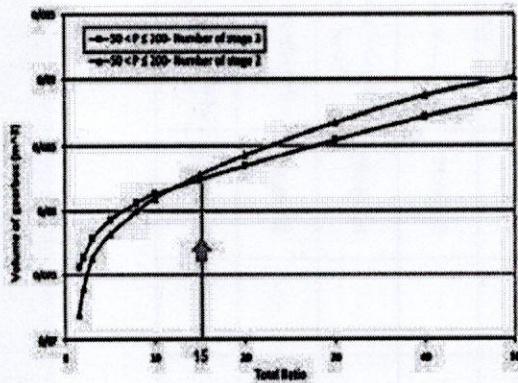
$$1 \leq m_p \leq 50 \quad (21)$$

#### 4- نتایج بهینه‌سازی

در این بخش، نتایج حاصل از اجرای روش بهینه‌سازی الگوریتم ذرات، به کمک گراف‌های کاربردی نشان داده شده است. همچنین به منظور اعتبار سنجی مقاله و امکان مقایسه نتایج این پژوهش با پژوهش‌های پیشین، در جدول 1 ورودی‌های یک گیربکس سه‌مرحله‌ای با ورودی‌های پژوهش گلابی و همکارانش [14]، یکسان در نظر گرفته شده است و خروجی‌های حاصل از گراف‌های مذکور در هر بخش در شکل‌های 10 تا 16 نشان داده شده است. در شکل 10 با توجه به نسبت تبدیل گیربکس، بهینه تعداد مراحل گیربکس بین توان‌های 50 تا 200 اسب بخار نشان داده شده است. با توجه به نسبت تبدیل ورودی، تعداد مراحل گیربکس انتخاب می‌گردد.

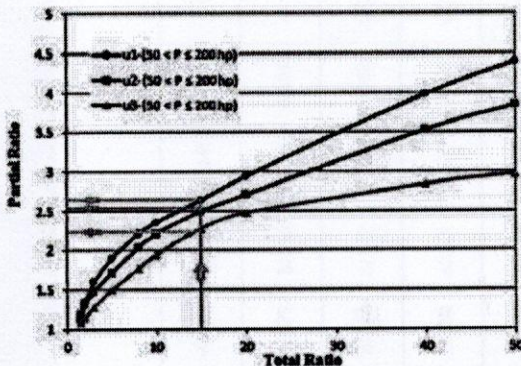
جدول 1- مقادیر ورودی مساله با توجه به مقادیر ورودی گلابی و همکارانش [14]

پارامترهای ورودی	توان ورودی	نسبت تبدیل کل
	150 اسب بخار	15

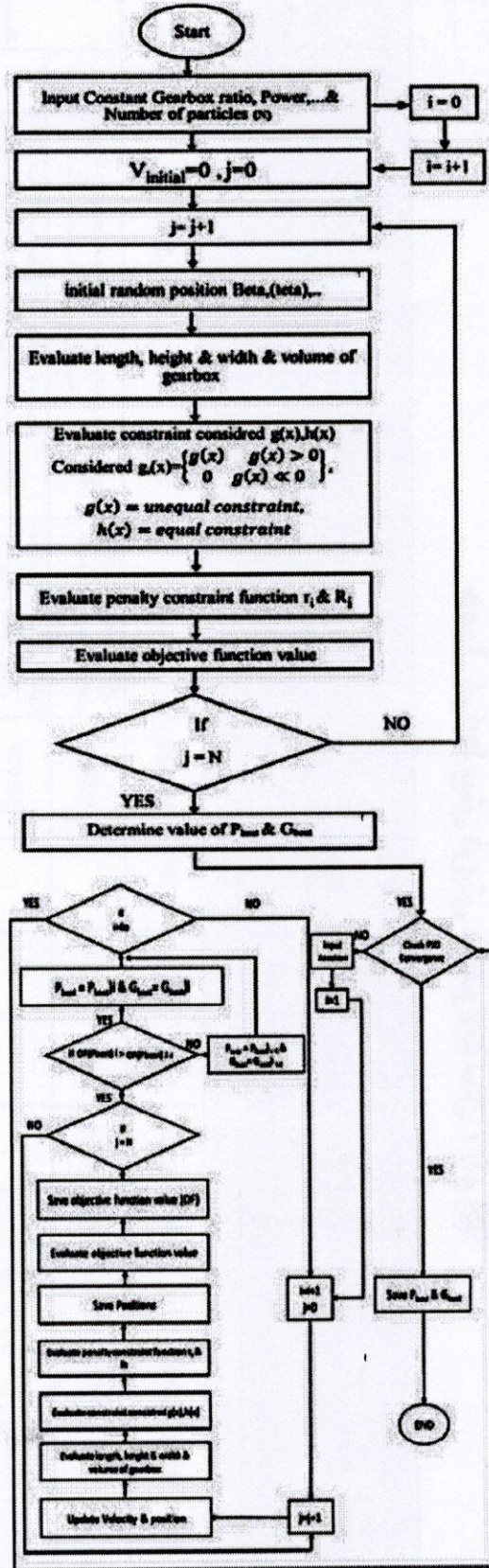


شکل 10- بهینه تعداد مراحل گیربکس دو و سه مرحله ای برای توان‌های 50 تا 200 اسب بخار

پس از انتخاب تعداد مراحل گیربکس، مقدار نسبت تبدیل گیربکس در هر مرحله مشخص می‌گردد که در شکل 11 نمایش داده شده است.



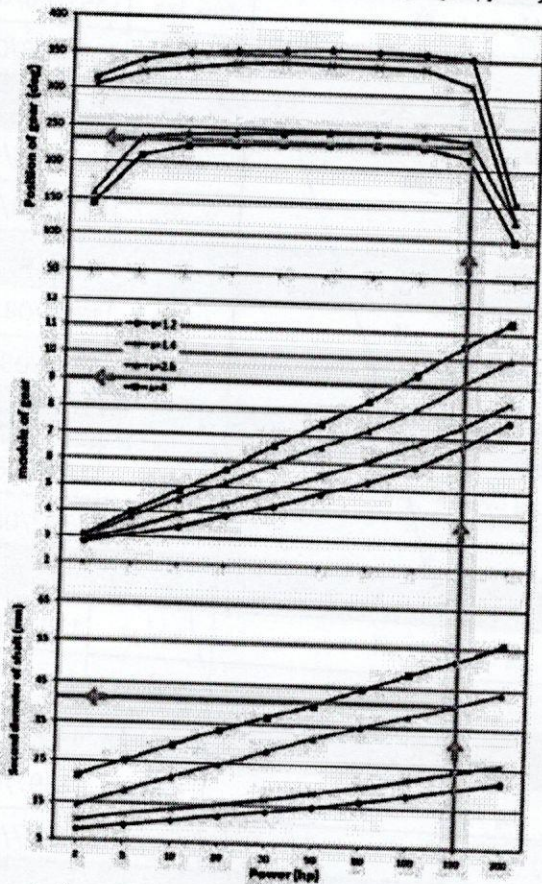
شکل 11- بهینه نسبت تبدیل‌های جزئی گیربکس سه مرحله ای برای توان‌های 50 تا 200 اسب بخار



شکل 9- فلوچارت حل مسئله



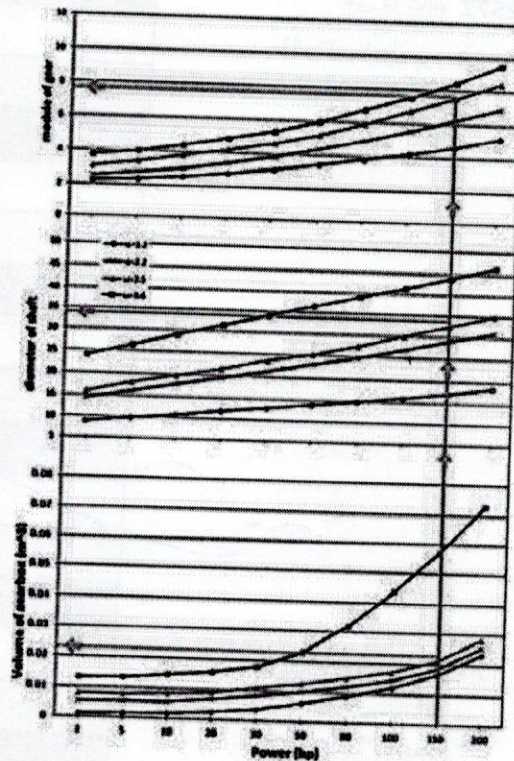
شکل 14 پارامترهای قطر شفت دوم، مدول چرخنده و بهینه زاویه جانمایی چرخنده ها، جهت به دست آوردن پارامترهای طراحی مرحله دوم، گیربکس سه مرحله ای نشان داده شده است.



شکل 14- قطر شفت دوم، مدول چرخنده و بهینه زاویه جانمایی چرخنده ها در مرحله دوم، گیربکس سه مرحله ای

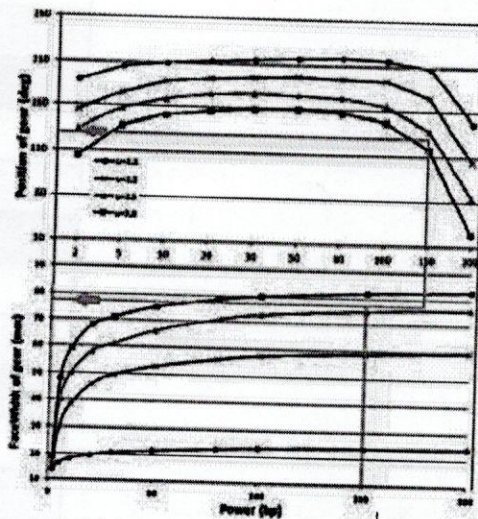
شکل 15 پارامترهای مدول چرخنده، بهینه زاویه جانمایی و پهنا چرخنده، جهت به دست آوردن پارامترهای طراحی مرحله سوم، گیربکس سه مرحله ای نشان داده شده است.

پارامترهای حجم، قطر شفت اول و مدول چرخنده، جهت به دست آوردن پارامترهای طراحی مرحله اول، گیربکس سه مرحله ای در شکل 12 نشان داده شده است.



شکل 12- حجم گیربکس، قطر شفت اول، مدول چرخنده ای مرحله اول گیربکس سه مرحله ای

شکل 13 پارامترهای پهنا و زاویه جانمایی چرخنده، جهت به دست آوردن پارامترهای طراحی مرحله اول، گیربکس سه مرحله ای نشان داده شده است.



شکل 13- پهنا و زاویه جانمایی چرخنده در مرحله اول، گیربکس سه مرحله ای

جهت اعتبارسنجی، نتایج حاصل از این پژوهش (خروجی گرافها) با نتایج بهینه‌سازی گلابی و همکاران [14]، در جدول 2 مقایسه گردیده‌اند. ورودی‌های مسئله نیز مطابق با داده‌های ورودی پژوهش بهینه‌سازی گلابی و همکاران است.

جدول 2- مقایسه نتایج بدست آمده از این پژوهش با نتایج گلابی و همکارانش [14]

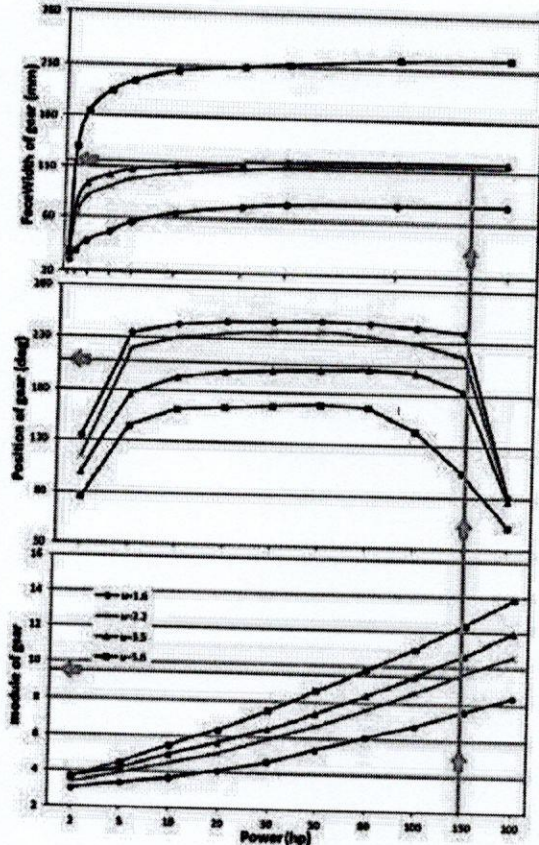
نسبت تبدیل کل = 15، توان ورودی = 150 اسب بخار			
توضیحات		رفرنس [14]	نتایج پژوهش
u1	مرحله اول	2/6	2/7
u2	مرحله دوم	2/6	2/6
u3	مرحله سوم	2/2	2/2
مدول	مرحله اول	5	6
	مرحله دوم	8	9
	مرحله سوم	10	8
پهنای دندانه (mm)	مرحله اول	51	77
	مرحله دوم	82	81
	مرحله سوم	170	112
زاویه جانمایی چرخدنده (°)	مرحله اول	-	130
	مرحله دوم	-	240
	مرحله سوم	-	210
قطر شفت (mm)	مرحله اول	35	33
	مرحله دوم	43	41
	مرحله سوم	125, 72	87, 68
حجم گیربکس (m <sup>3</sup> )		2/6 × 10 <sup>7</sup>	2/2 × 10 <sup>7</sup>
اختلاف نتایج		- 15%	

### 5- نتیجه گیری

در این پژوهش حجم کلی گیربکس سه مرحله‌ای به صورت سه-بعدی کمیته شده است. برای رسیدن به این هدف فرم کلی تابع هدف و قیدهای آن برای حجم و وزن گیربکس نوشته شده است. بازه توان گیربکس بین 50 تا 200 اسب بخار در نظر گرفته شده است. جهت رهایی از اکسترمم‌های محلی که می‌تواند منجر به اخذ نتایج نادرست از فرآیند بهینه‌سازی گردد، مدل ریاضی نیاز به محدودیت‌ها و قیدهای متعدد دارد به همین جهت، سه نوع قید اصلی شامل قیود هندسی، طراحی چرخدنده و کنترلی تعریف شده است، همچنین تابع هدف بر اساس مدل ریاضی بین قیود و پارامترهای طراحی چرخدنده نوشته شده است. جهت استفاده از نتایج حاصل از بهینه‌سازی، نتایج به صورت گرافهای کاربردی تبدیل شده‌اند و بوسیله مثال عددی نحوه استفاده از این گرافها نشان داده شده است. جهت اعتبارسنجی، نتایج بدست آمده از این پژوهش با نتایج پژوهش‌های گذشته مقایسه گردیده و نسبت به آن کاهش 15 درصدی حجم گیربکس را نشان می‌دهد.

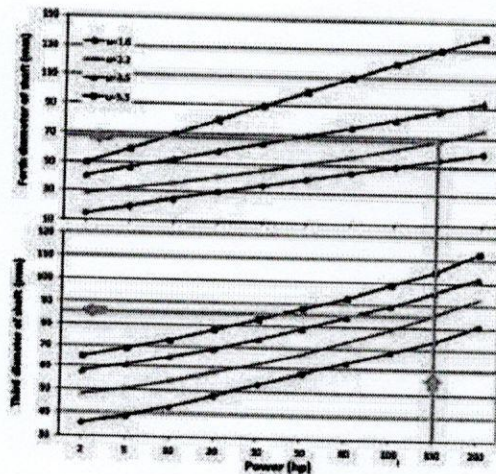
### 6- مراجع

- [1] J.S.L. T.H. Chong, A design method of gear trains using a genetic algorithm, Int. J. Korean Soc. Precis. Eng., 1 (2000).



شکل 15- مدول، بهینه زاویه جانمایی و پهنای چرخدنده مرحله سوم، گیربکس سه مرحله‌ای

در شکل 16 پارامترهای قطر شفت سوم و چهارم، جهت به دست آوردن پارامترهای طراحی مرحله سوم، گیربکس سه مرحله‌ای نشان داده شده است.



شکل 16- قطر شفت سوم و چهارم مرحله سوم، گیربکس سه مرحله‌ای

- [10] Wang, Optimized tooth profile based on identified gear dynamic model, *Mech. Mach. Theory* 42 (2007) 1058-1068.
- [11] T.T. T. Yokota, M. Gen, A solution method for optimal weight design problem of the gear using genetic algorithms, *Comput. Ind. Eng.*, 35 (1998) 523-526.
- [12] T.B. F. Mendi, K. Boran, F.E. Boran, Optimization of module, shaft diameter and rolling bearing for spur gear through genetic algorithm, *Expert Systems with Applications*, 37 (2010) 8058-8064.
- [13] B.I. N. Marjanovic, V. Marjanovic, Z. Milojevic, M. Blagojevic, M. Bojic, A practical approach to the optimization of gear trains with spur gears, *Mechanism and Machine Theory*, 53 (2012) 1-16.
- [14] J.J.F. S.i. Golabi, M. Yazdipoor, Gear train optimization based on minimum volume/weight design, *Mechanism and Machine Theory*, 73 (2014) 197-217.
- [15] Kennedy, J., *Particle Swarm Optimization*, in *Encyclopedia of Machine Learning*, C. Sammut and G.I. Webb, Editors. 2010, Springer US: Boston, MA. p. 760-766.
- [16] J.E. Kennedy, R.C., *Particle Swarm Optimization*, IEEE International Conference on Neural Networks, 1995, pp. 1942-1948.
- [2] M.Z. C. Gologlu, A genetic approach to automate preliminary design of gear drives, *Computers & Industrial Engineering*, 57 (2009) 1043-1051.
- [3] S. Panda, B.B. Biswal, S.D. Jena, D. Mishra, An approach to weight optimization of a spur gear, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, 231 (2016) 189-202.
- [4] A. Zolfaghari, M. Goharimanesh, A.A. Akbari, Optimum design of straight bevel gears pair using evolutionary algorithms, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 39 (2017) 2121-2129.
- [5] D. Miler, A. Lončar, D. Žeželj, Z. Domitran, Influence of profile shift on the spur gear pair optimization, *Mechanism and Machine Theory*, 117 (2017) 189-197.
- [6] Garg, H., *A hybrid PSO-GA algorithm for constrained optimization problems*. *Applied Mathematics and Computation*, 2016. 274: p. 292-305.
- [7] R.V.R. V. Savsani, D.P. Vakharia, Optimal weight design of a gear train using particle swarm optimization and simulated annealing algorithms, *Mechanism and Machine Theory*, 45 (2010) 531-541.
- [8] P.Y.P. L.P. Pomrehn, Discrete Optimal Design Formulations With Application to Gear Train Design, *ASME Journal of Mechanical Design*, 117 (1995) 419-424.
- [9] K. Deb, S.J., Multi-Speed Gearbox Design Using Multi-Objective Evolutionary Algorithms. *ASME Journal of Mechanical Design*, 2003. 125: p. 609-619.